

ОТЗЫВ ОФИЦИАЛЬНОГО ОППОНЕНТА

на диссертацию Ситника Сергея Михайловича

**«Применение операторов преобразования Бушмана – Эрдейи
и их обобщений в теории дифференциальных уравнений
с особенностями в коэффициентах»**

**на соискание ученой степени доктора физико-математических наук
по специальности 01. 01. 02 – дифференциальные уравнения,
динамические системы и оптимальное управление**

Диссертация С.М. Ситника посвящена современной теории операторов преобразования и их применению к дифференциальным уравнениям с особенностями в коэффициентах. Необходимость теории операторов преобразования доказана большим числом её приложений. Особую роль методы операторов преобразования играют для вырождающихся уравнений и уравнений с особенностями.

Методы операторов преобразования были с успехом применены в теории обратных задач, определяя обобщённое преобразование Фурье, спектральную функцию и решения уравнения Гельфанда – Левитана; в теории рассеяния через операторы преобразования выписывается уравнение Марченко; для обоих классов обратных задач операторы преобразования являются основным инструментом, так как перечисленные классические уравнения выписываются для ядер операторов преобразования, а значения ядер на диагонали восстанавливают неизвестные потенциалы в обратной задаче по спектральной функции и в теории рассеяния. В спектральной теории были получены известные формулы следов и асимптотика спектральной функции; оценки ядер операторов преобразования, отвечающие за устойчивость обратных задач и задач рассеяния; оценки решений Йоста в квантовой теории рассеяния. Также была исследована система Дирака и другие матричные системы дифференциальных уравнений. В теории нелинейных дифференциальных уравнений был разработан метод Лакса, который использует операторы преобразования для доказательства существования решений и построения солитонов. В квантовой физике при рассмотрении уравнения Шрёдингера и задач теории рассеяния был изучен специальный класс операторов преобразования – волновые операторы. Вклад в теорию операторов преобразований вносили и вносят такие математики как А.В. Глушак, В.В. Катрахов, А.А. Килбас, И.А. Киприянов, Б.М. Левитан, Л.Н. Ляхов, М.М. Маламуд, В.А. Марченко, А.С. Сохин, В.В. Сташевская, А.П. Хромов, Н. Begehr, R. Carrol, I. Dimovski, J. Delsart, R. Gilbert, V.Kiryakova, J. Lions и другие.

Одной из основных областей, где используются операторы преобразования, является теория вырождающихся и сингулярных дифференциальных уравнений. Теория вырождающихся, смешанных, сингулярных и неклассических уравнений различных типов разрабатывалась Ф. Трикоми, Е. Хольмгреном, С. Геллерстедом,

М. Проттером, М. Чибрарио, Г. Фикерой, С.А. Алдашевым, А.А. Андреевым, Ф.Т. Барановским, А.В. Бицадзе, А.А. Вашариным, И.Н. Векуа, М.И. Вишиком, В.Ф. Волкодавковым, В.Н. Враговым, А.В. Глушаком, В.П. Глушко, Г.В. Джаяни, И.Е. Егоровым, А.Н. Зарубиным, А.М. Ильиным, Т.Ш. Кальменовым, М.В. Капилевичем, А.А. Килбасом, А.И. Кожановым, Л.Д. Кудрявцевым, П.И. Лизоркиным, О.И. Маричевым, Л.Г. Михайловым, С.Г. Михлиным, А.М. Нахушевым, Н.Я. Николаевым, С.М. Никольским, О.А. Олейник, Л.С. Парасюком, Г.Н. Положий, С.П. Пулькиным, Л.С. Пулькиной, Н.Раджабовым, О.А. Репиным, К.Б. Сабитовым, М.С. Салахитдиновым, А.Л. Скубачевским, М.М. Смирновым, С. Руткаускасом, С.А. Терсеновым, Ф. Трикоми, Ф.И. Франклем, Л.И. Чибриковой, А.И. Янушаускасом и многими другими. Особо отметим важный класс уравнений с частными производными, который содержит различные типы дифференциальных уравнений с операторами Бесселя. Теория таких уравнений различных типов была подробно разработана в школе воронежского математика И.А. Киприянова, к этой школе относится и С.М. Ситник.

Диссертация С.М. Ситника посвящена построению теории операторов преобразования Бушмана – Эрдейи и их обобщений, а также приложению этих классов операторов преобразования к задачам теории дифференциальных уравнений с особенностями в коэффициентах. Это класс операторов преобразования, который при определённом выборе параметров является одновременным обобщением операторов Сонина и Пуассона, дробного интегродифференцирования Римана – Лиувилля и Эрдейи – Кобера, а также интегральных преобразований Мелера – Фока. Интегральные операторы указанного вида с функциями Лежандра в ядрах впервые встретились в работах Е.Т. Copson по уравнению Эйлера – Пуассона – Дарбу в конце 1950-х годов. Впервые подробное изучение разрешимости и обратимости данных операторов было начато в 1960-х годах в работах Р. Бушмана и А. Эрдейи. Операторы Бушмана – Эрдейи или их аналоги изучались также в работах Т.Р. Higgins, Та Li, E.R. Love, G.M. Habibullah, K.N. Srivastava, Динь Хоанг Ань, В.И. Смирнова, Б. Рубина, Н.А. Вирченко, И. Федотовой, А.А. Килбаса, О.В. Скоромник и других.

Учитывая вышеизложенное, следует отметить безусловную актуальность темы диссертационной работы С.М. Ситника, важность полученных в ней результатов для теории операторов преобразования, а также для дифференциальных уравнений с частными производными. Укажем также на то, что автору диссертации принадлежат результаты, в которых впервые было установлено, что класс интегральных операторов Бушмана – Эрдейи является также операторами преобразования, при этом именно автором диссертации было введено и само название операторов преобразования Бушмана – Эрдейи, которое является исторически обоснованным и стало общепринятым.

В диссертации получены следующие новые результаты:

1. Изучены новые свойства, введены новые классы, произведена классификация операторов преобразования Бушмана – Эрдейи и рассмотрены их приложения к решению ряда задач для дифференциальных и интегродифференциальных уравнений с особенностями в коэффициентах.

2. С использованием операторов преобразования Бушмана – Эрдейи решена проблема об эквивалентности норм пространств И.А. Киприянова и весовых пространств С.Л. Соболева.

3. Доказаны формулы обращения для различных классов операторов преобразования Бушмана – Эрдейи в стандартных функциональных пространствах и с их использованием получены формулы связи решений для дифференциальных уравнений с особенностями в коэффициентах.

4. Предложен новый общий композиционный метод построения различных классов операторов преобразования и получения на его основе формул соответствия между классами решений дифференциальных уравнений с особенностями в коэффициентах.

5. Получены формулы факторизации для операторов преобразования Бушмана – Эрдейи через весовые интегральные преобразования Фурье и Ханкеля с приложениями к представлению решений дифференциальных уравнений в частных производных с операторами Бесселя.

6. Получены новые интегральные представления для различных модификаций дробных степеней дифференциального оператора Бесселя и их приложения к решению дифференциальных и интегро–дифференциальных уравнений с особенностями в коэффициентах.

7. Разработан метод для оценок решений дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами и сингулярными потенциалами на основе применения метода операторов преобразования и точных неравенств для специальных функций.

8. Рассмотрены приложения теории операторов преобразования к получению оценок экспоненциального убывания решений уравнений с частными производными эллиптического и ультрагиперболического типов, выделены классы дифференциальных уравнений, для которых известная проблема Е.М. Ландиса имеет положительное решение.

9. Разработан метод оценок ядер операторов преобразования в формулах связи решений дифференциальных уравнений с особенностями в коэффициентах на основе уточнений неравенства Коши – Буняковского.

Перейдём к краткому изложению результатов диссертации.

Диссертация состоит из введения, пяти глав, разбитых на параграфы, и списка литературы. Общий объем диссертации составляет 307 стр.

Во введении дан достаточно полный исторический обзор теории операторов преобразований, полностью обоснованы цель диссертационного исследования, его актуальность и представлены вынесенные на защиту научные положения.

В главе 1 приведены необходимые предварительные сведения: о специальных функциях, интегральных преобразованиях, включая различные формы операторов дробного интегродифференцирования, а также об известных классах операторов преобразования.

Глава 2 посвящена детальному исследованию операторов преобразования Бушмана – Эрдейи. Изучены их свойства как интегральных операторов, а также как операторов преобразования, причём следует отметить, что сплетающее свойство операторов Бушмана – Эрдейи было впервые установлено автором

диссертации в работах 1980-90 гг. Введены новые классы операторов преобразования, произведена их подробная и естественная классификация, установлены оценки норм и условия унитарности в пространствах Лебега. В качестве приложений рассмотрены формулы связи для решений возмущенных дифференциальных уравнений с операторами Бесселя с невозмущенными, оценки норм возмущенных уравнений с особенностями в коэффициентах, приложение к нелинейным уравнениям Максвелла – Эйнштейна, применение различных классов операторов преобразований для постановки модифицированных начальных условий для уравнения Эйлера – Пуассона – Дарбу. Отдельно следует выделить неожиданное применение одного класса операторов преобразования Бушмана – Эрдейи к установлению вложений одномерных пространств И.А. Киприянова и пространств С.Л. Соболева со степенным весом.

Глава 3 посвящена изложению композиционного метода построения операторов преобразования для различных классов дифференциальных уравнений с особенностями в коэффициентах. Созданный автором диссертации композиционный метод, позволяющий строить широкие классы операторов преобразования с помощью композиции специально подобранных интегральных преобразований, представляется наиболее общим и продуктивным для решения поставленной задачи. В рамках композиционного метода удалось не только унифицировать существующие результаты, получив все известные прежде в явном виде операторы преобразования, но и построить новые классы операторов преобразования.

Главы 4 и 5 посвящены приложениям развитой теории операторных преобразований к построениям интегральных представлений и к оценкам решений ряда дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами. Рассмотрены также приложения к интегро-дифференциальным уравнениям дробного порядка и к построению дробных степеней операторов.

Несмотря на общую положительную оценку диссертации, имеется ряд замечаний.

1. В оглавлении и на с. 50 указан пункт 1.4, но в работе такой пункт отсутствует. На самом деле материал этого пункта содержится в следующем пункте, но нужно было удалить из текста его заголовок.

2. Имеется ряд опечаток в формулах: в формуле (1.2) пропущен вес, на с.132 ядро должно иметь вид $K(b,c)$, в формуле для модифицированной функции Бесселя на с. 201 пропущен множитель $\frac{1}{2}$.

3. Некоторые формулы в тексте диссертации не вмещаются даже на полях (см. с. 132, с. 134 и др.).

4. В главе 3 приводится ссылка на известный трёхтомник А.П. Прудникова, Ю.А. Брычкова, О.И. Маричева «Интегралы и ряды», не в виде номера в списке литературы, а в специальной форме как (ИР) с номером формулы (см., например, с. 142). Хотя этот вариант и оговаривается в начале главы, автору следовало придерживаться общего способа ссылок на литературу.

Приведённые замечания носят редакционный характер и не влияют на общую положительную оценку работы.

Все представленные результаты в диссертации являются новыми, формулировки – точными, а доказательства – полными и корректными.

Таким образом, диссертация С.М. Ситника является законченным исследованием, написанным на высоком научном уровне. Ее основные результаты своевременно опубликованы в 141 работе, 27 из них – в центральных математических изданиях, включенных в Перечень ВАК рецензируемых научных изданий. Из совместных статей в диссертацию вошли результаты, полученные лично автором. Содержание диссертации автор неоднократно докладывал на многих (более 70) Российских и международных научных конференциях, на ряде ведущих научных семинаров.

Автореферат правильно отражает содержание диссертации.

Полученные автором результаты могут быть использованы в исследованиях, проводимых в МГУ им. М.В. Ломоносова, СПбГУ, РУДН, в Математическом институте им. В.А. Стеклова РАН, в Белгородском, Белорусском, Воронежском, Новосибирском, Челябинском государственных университетах, в Институте прикладной математики и автоматизации (Нальчик), в других научно-исследовательских центрах России.

Таким образом, в диссертации автором решена крупная научная проблема построения теории операторов Бушмана – Эрдейи и её приложений в теории дифференциальных и интегральных уравнений с особенностями в коэффициентах. Рассматриваемая работа полностью удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым п.9 Положения о присуждении ученых степеней к работам на соискание ученой степени доктора наук, а ее автор Сергей Михайлович Ситник заслуживает присуждения ему ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Официальный оппонент:

Федоров Владимир Евгеньевич,

доктор физико-математических наук по специальности 01.01.02 –


дифференциальные уравнения, динамические системы

и оптимальное управление,

профессор, заведующий кафедрой

математического анализа,

Челябинский государственный университет

 25.11.2016

Контактная информация:

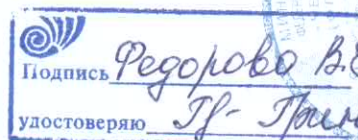
Почтовый адрес: 454001, Челябинск, ул. Братьев Кашириных, 129, ЧелГУ

факс: (351) 742-09-25

Сайт: www.csu.ru

Телефон: (351) 799-72-35

E-mail: kar@csu.ru



Федорова В.Е.

удостоверяю

И.И. Трушков & И.

специалист

5

по кадров

25.11.2016

